

# 公共产品成本的一种分配机制及其实验验证<sup>\*</sup>

陈 武 平

(厦门大学 计统系, 福建 厦门 361005)

**摘 要:** 公共产品的生产存在着成本分配问题和“搭便车”问题, 需要找到一种机制来克服。运用博弈论建立数学模型分析的结果表明, 当所有局中人付出货币得到的公共产品的边际效用之和正好等于公共产品的单位成本时, 公共产品的生产数量和成本分配是帕累托最优的, 达到了个体最优与群体最优的统一。对这个结论进行实验检验, 结果也是与理论分析相一致的。

**关键词:** 公共产品; 成本分配; 机制; 实验验证

**中图分类号:** F062.6    **文献标识码:** A    **文章编号:** 0438—0460(2000)01—0069—05

## 一

在计划经济年代, 公共产品的生产都由政府拨款, 而在社会主义市场经济条件下, 有时公共产品的生产须由受益者自行筹资。比如, 一个受过污染的池塘的治理, 如果只是个局部问题, 地方政府不大可能会出资解决, 而只能由污染治理的受益者出资解决。污染的治理所带来的效用是所有的受益者共同享有的, 属于公共产品(当然这里的产品是抽象的效用而不是某个实体)。公共产品的生产存在着成本分配问题。本文旨在寻求一种由受益者自行筹款来生产公共产品的办法。假定局中人(为严密起见, 我们尽量用术语, 实际上就是所讨论的公共产品的受益者)都是经济意义上个人理性的, 即试图以最小的成本取得最大的效用。在这种情况下, 就会出现所谓的“白乘车”问题, 即存在这种倾向: 局中人所愿出的成本低于其实际可享受到的效用, 公共产品建得成他搭便车享受, 建不成大家都不能享受。由于公共产品的特征, 多出成本的人并不会因此多享用, 少出的人也不会因此少享用。若局中人所愿意出的成本低于公共产品的成本, 则公共产品就建不成了。我们能否设计一种机制来克服这个问题, 即能否寻找一种办法, 使得个人理性与群体最优化相统一? 答案是肯定的。[1] 本文试图从博弈论的观点探讨解决办法并引用实验结果加以验证。

假定群体有  $I$  个局中人 ( $i=1, 2, \dots, I$ ), 这个群体社会的的产品有两种, 一种是私人产品(这里我们假定为个人拥有的金钱, 这样的假定并不会失去一般性), 一种是公共产品(即是我

<sup>\*</sup> 收稿日期: 1997—07—19

基金项目: 国家自然科学基金项目(79870040)

作者简介: 陈武平(1968—), 男, 福建云霄人, 厦门大学计统系博士研究生。

们所要讨论的)。个体  $i$  拥有金钱  $\omega_i$ , 分为两部分: 捐给公共产品生产的数额为  $B_i$ , 留着自己使用的部分为  $y_i$ , 即  $\omega_i = B_i + y_i$ 。其效用函数为  $u_i(y_i, X)$ , 其中  $X$  为公共产品的数量。这里,  $u_i$  为  $(y_i, X)$  的凹函数, 即,  $\frac{\partial^2 u_i}{\partial y_i^2} \leq 0, \frac{\partial^2 u_i}{\partial X^2} \leq 0$ , 即个人拥有的金钱和公共产品给每个局中人带来的边际效用都是递减的, 这是资源稀缺的商品的共性。每个局中人都知道公共产品的单位成本为  $q$ 。每个局中人必须提出其所愿意捐赠的金钱的数额  $B_i$  和提议要生产的公共产品数量  $X_i$ , 即必须提出一个数对  $(B_i, X_i)$ , 用博弈论的术语来讲, 就是提出一个策略  $(B_i, X_i)$ 。除了局中人  $i$  之外, 其他所有的人所提出的公共产品数量的均值记为  $X_i = \sum_{j \neq i} X_j / (I - 1)$ ; 所出的代价之和为  $B_i = \sum_{j \neq i} B_j$ 。所有局中人提议生产的公共产品数量的平均值记为  $X = \sum_k X_k / I$ 。

假定  $u_i(\omega_i, 0) < u_i(y_i, X), \forall y_i < \omega_i, X > 0$ 。即对每个局中人来说, 即使倾其所有 (即所出的代价为  $\omega_i$ ), 有公共产品也比没有公共产品好。只有在所有的局中人达成一致时才能进行公共产品的生产, 否则就不能生产, 即公共产品产量为 0。所谓所有的局中人达成一致, 就是使 (1) 式和 (2) 式同时成立:

$$X_i = X, \forall i \quad (1) \quad B_i = (q - B_i/X_i)X \quad (2)$$

如果 (1)、(2) 不能同时成立则不能达成一致, 也就不能进行公共产品的生产, 此时公共产品的数量为 0。由 (1) 式可知  $X_i = X$ 。

对任意一个局中人  $i$ , 给定其余  $I - 1$  个局中人的策略  $(B_j, X_j) (j \neq i)$ , 则公共产品的单位成本中应该由该局中人承担的部分为  $q - B_i/X_i$ , 公共产品的成本需要  $i$  承担的份额为  $(q - B_i/X_i)X$ 。

从公共产品的生产中局中人  $i$  得到的效用为

$$W_i = \begin{cases} u_i[\omega_i - (q - B_i/X_i)X, X], & \text{如果 } B_i = (q - B_i/X_i)X, X_i = X, \forall i \\ u_i[\omega_i, 0] & \text{如果 } B_i \neq (q - B_i/X_i)X, \text{ 或 } X_i \neq X, \forall i \end{cases} \quad (4)$$

如果每个  $i$  选择  $(B_i, X_i)$  来使  $W_i$  最大, 则除了必须如上所述取得“一致同意”外, 由极值的一阶条件, 还须成立  $-(q - B_i/X_i)(1/I) \frac{\partial u_i}{\partial y_i} + (1/I) \frac{\partial u_i}{\partial X_i} = 0$

$$\text{由 (1)、(2)、(5) 式可得: } \frac{\partial u_i / \partial X_i}{\partial u_i / \partial y_i} = q - B_i/X_i, \forall i \quad (6)$$

(6) 式的左边就是公共产品对局中人  $i$  的边际效用与私人产品对局中人  $i$  的边际效用之比, 即局中人  $i$  的公共产品对其私人产品的效用弹性, 也即牺牲一个单位的私人产品可以换取的公共产品的效用 (因为这里私人产品为货币, 因而效用也可用货币单位来衡量)。右边是其余  $I - 1$  个局中人赋予局中人  $i$  应该负担的单位公共产品的成本。左边可以理解为效用, 右边可以理解为成本, 所付出的成本正好等于成本可以带来的效用, 符合个人理性。由 (1)、(2)、(6) 式可得, 对群体一致接受的方案  $(B_i, X)$ , 应有

$$\sum_k \frac{\partial u_i / \partial X_i}{\partial u_i / \partial y_i} = \frac{\sum_k B_k}{X} = \frac{B_i + B_i}{X} = \frac{\sum_k (\omega_k - y_k)}{X} = q \quad (7)$$

即所有局中人付出货币得到的公共产品的边际效用之和正好等于公共产品的单位成本  $q$ 。由 (1)、(2)、(5) 式决定的解  $(y_1^0, \dots, y_I^0, X^0), 0 < y_i^0 < \omega_i$ , 是纳什均衡解 (这由前面的假设

$u_i(\omega_i, 0) < u_i(y_i, X)$ ,  $\forall y_i < \omega_i, X > 0$  很容易推得), 也是一个帕累托最优解, 同时也符合个人理性。换句话说, 这个解达到个人最优与群体最优的统一, 且是每个局中人自愿遵循的, 谁离开这个解谁就会遭受损失(当然其他人也因公共产品建不成跟着受损失)。

为方便理论计算, 我们假定局中人  $i$  的效用函数为  $u_i = \alpha_i y^{\alpha_i} X^{\beta_i} - c_i$  (8)

这里,  $\alpha_i, c_i, \alpha_i, \beta_i$  都是常数,  $\alpha_i$  表示局中人  $i$  私人产品的效用弹性, 即私人产品数量的一个百分点的变动能引起效用的  $\alpha_i$  个百分点的变动;  $\beta_i$  的意义类似。在这个效用函数之下, 局中人  $i$  的最优解为

$$\begin{cases} y_i^0 = \frac{\alpha_i \omega_i}{\alpha_i + \beta_i} \\ X^0 = \left(\frac{1}{q}\right) \sum_i \left(\frac{\beta_i \omega_i}{\alpha_i + \beta_i}\right) \end{cases} \quad (9)$$

即从理论上说, 局中人  $i$  贡献出  $B_i = \omega_i - \frac{\alpha_i \omega_i}{\alpha_i + \beta_i}$  时群体能达成一致, 要生产的公共产品数量为  $\frac{1}{q} \sum_i \left(\frac{\beta_i \omega_i}{\alpha_i + \beta_i}\right)$ , 此时达到群体的帕累托最优和个人理性的统一, 即个人所出的钱正好等于公共产品建成后其所得到的效用, 任一个局中人想少出钱必须以其他局中人多出钱为代价, 否则公共产品就建不成, 每个局中人都受损失。

斯密·维纳曾做过实验检验上述机制的实施情况。[2] 实验是这样进行的: 设立一个控制中心, 每个局中人  $i$  向控制中心提交其策略  $(B_i, X_i)$ ,  $B_i \leq \omega_i$ , 为更快地得到结果, 规定  $X_i$  不能低于某个固定的数, 比如 100。局中人把  $(B_i, X_i)$  都提交给控制中心后, 控制中心进行计算, 再把计算得到的有关信息反馈给局中人, 而后局中人进行表决, 这样算是一次试验。若能达成一致则终止实验, 否则继续进行下一次试验。但如果实验一直达不成一致也不能无限地进行下去, 因此规定试验最多进行  $T$  次, 若第  $T$  次还不能达成一致则该次实验不能达成一致, 终止实验。具体过程包括开始规则、转移规则和终止规则。这里先说明两个概念: 私人信息和公共信息。前者是指只有某个局中人才知道或才能知道其他局中人不知道或不能知道的信息; 后者是指所有的局中人都知道或都应该知道而且每个局中人都知道其他局中人都知道或都应该知道的信息。

1. 开始规则。在每次试验中,  $i$  把其私人信息  $(B_i(t), X_i(t))$  ( $t$  是第  $t$  次试验) 传送给实验控制中心, 中心经过计算之后, 再把  $i$  的私人信息和  $(q - B_i/X_i)X$  和公共信息  $(\sum_i B_i, X)$  传送给  $i$ 。

2. 转移规则。局中人提交他们的策略之后, 中心计算出  $(\sum_i B_i, X)$ 。如果  $\sum_i B_i \geq qX$ , 则有可能达成一致。(1) 若  $\sum_i B_i = qX$ , 则  $i$  的出价正好等于他应承担的份额, 即  $qX - \sum_{j \neq i} B_j = B_i$ , 中心把这一事实通知每个局中人, 而后进行表决是否全体局中人都同意这个成本分配方案。(2) 若  $\sum_i B_i > qX$ , 则局中人贡献出来的资源生产局中人提议生产的公共产品数量之后还有剩余, 因此中心要先进行数量调整, 而后再把调整结果交付局中人表决。调整结果为:  $X' = \frac{X + q \sum_k B_k}{1 + q^2}$ ,  $B_k' = \frac{B_k q X'}{\sum_i B_i}$ ,  $B_k'$  表示调整后局中人  $i$  应该出的份额,  $X'$  表示调整后的公共产

品数量。这里, 调整前的  $(B_i, X)$  与调整后的  $(B_k, X')$  的连线与可能生产线正交且后者处于可能生产线上。也就是说根据局中人所提出的策略, 中心按一定的比例进行调整使之落在可能生产线上, 从而最能发挥局中人贡献的作用。而后, 中心把调整后的  $(B_k, X')$  作为局中人  $i$  的私人信息通告他并让他表决是否同意。对 (1)、(2) 两种情况的交付表决, 如果局中人一致同意, 则群体达成一致, 就按提交表决且获得通过的方案进行公共产品的生产; 若不能一致同意, 则此次试验不能达成一致, 进入下一次试验。(3) 若  $\sum_i B_i < qX$ , 则中心计算出  $(q - B_i/X_i)X$  (作为局中人  $i$  的私人信息) 和  $(\sum_i B_i, X)$  (作为全体局中人的公共信息) 通知局中人  $i$ , 但在此种情况下不进行表决而直接进入第  $t+1$  次试验, 每个局中人重新提交其策略  $(B_i(t+1), X_i(t+1))$ , 继续进行如上所述的过程。

3. 终止规则。如果每个局中人  $i$  在第  $t^* \leq T$  次试验中都表决同意控制中心交付每个局中人表决的方案则实验终止, 按表决通过的方案进行生产。若直至第  $T$  次试验还达不成一致, 则实验终止。

上述开始规则、转移规则和终止规则使得局中人能自动地调整他们的出价, 并且使得各个局中人的贡献能得到最充分的利用, 而中心只是提供一种调整机制而不直接施加影响。

为了使实验能逼真地表现实际运作情况, 在每次试验结束后, 被试者(局中人)除了得到一定数额的报酬外, 每个局中人可得的利得(即由于公共产品的生产而使局中人增加的效用——数额为(4)式的值)立即兑现为现金归该局中人所有。因此, 参加实验的局中人之所得就是公共产品带来的效用的增加即(4)式的值再加上作为参加实验的一定数额的劳动报酬。假定局中人的效用函数为方程(8)。斯密·维纳把局中人分为三种类型, 每种类型的参数  $\alpha, \beta, \alpha, c, \omega$  分别为 0.2, 0.2, 16, 15, 8; 0.4, 0.1, 7, 6, 10; 0.1, 0.4, 14, 13, 5。随机地选取 3 个人构成 3 个局中人的群体, 每个局中人分别属于上述三种不同的类型之一, 依上述规则进行第一个实验, 接着再把这 3 个局中人随机地归属于上述三种不同类型之一, 而后进行第二次实验。即第二次实验的局中人是 有经验的但类型与第一次的不一样。这样做的目的是为了减小局中人的思维定势。做完这两个实验之后, 再随机选取 3 个局中人重复前述过程即再做两个实验。依此法, 斯密·维纳对 3 个局中人的情形做了 8 个实验, 6 个局中人的情形做了 4 个实验, 9 个局中人的情形也做了 4 个实验, 总共 20 个实验都能达成一致, 3 个局中人、6 个局中人、9 个局中人的情形的每个实验得到的公共产品数量的平均值分别为 5.57, 5.61, 5.33, 总平均为 5.51, 标准差为 0.124, 说明均值的分布是比较集中的。总平均值 5.51 略大于由(9)式得到的理论均衡值 5。由实验得到的数据进行统计检验分析表明, 实验得到的公共产品数量  $X^*$  与局中人的数量没有显著的关系。以实验结果局中人所出的价格  $b_i^* = B_i^*/X^*$  作为因变量, 以理论价格  $\frac{\partial u_i}{\partial X}(y^0, X^0)$  作为自变量进行线性回归, 得到截距显著地为 0, 斜率显著地为 1, 可决系数介于 0.82 与 0.95 之间。说明实验结果支持个人理性假说, 即所出的贡献等于公共产品所能带来的效用的增加。从理论上讲, 当

$$\begin{cases} \sum_i b_i = q \\ b_i = \partial u_i / \partial X \end{cases} \quad (10)$$

$$(11)$$

时(这只是前述(1)、(2)、(5)式的结论的另一种表述), 群体达成一致即达到个人理性和帕累

托最优的统一。(10)式是群体达成一致的要求,即所有局中人贡献给每单位公共产品生产的成本正好等于公共产品的价格;(11)式体现了个人理性的要求,即每个局中人愿出的代价等于所生产的公共产品给该局中人带来的边际效用。理论与实际出现偏差的原因是财富水平  $\omega_1$  的影响,财富多的人倾向于比理论水平贡献多一些,因此实际结果  $X^*$  就比理论水平大些。因为这里有个前提条件,每个局中人都愿意达不成一致以致于公共产品的数量为 0,即  $u_i(\omega_i, 0) < u_i(y_i, X), \forall y_i < \omega_i, X > 0$ 。

总的说来,这个机制不失为公共产品成本分配的一个有效的办法,既能克服“白乘车”问题,又能提供比较合理的公共产品数量,基本上能做到个体利益与群体利益的统一;而且这个办法是纳什均衡,从而是每个局中人自愿遵循的,不须来自外部的压力。

#### 参考文献:

- [1] Jerry R. Green, Jean-Jacques Laffont. Incentives in Public Decision-Making. North-Holland Publishing Company. 1979.
- [2] Vernon L. Smith. Papers in Experimental Economics. Cambridge University Press. 1991.

[责任编辑:沈小波]

·简讯·

## 我刊上网和入编期刊光盘版的工作取得进展

为了进一步扩大我刊文献传播的渠道和范围,实现编辑出版发行手段的现代化,从 1998 年下半年起,我刊在不增加人员的情况下,积极开展上网和入编期刊光盘版工作,并取得较大进展。具体情况如下:

(1)自去年 10 月开始,在厦门大学校园网建立了自己的主页,在全国高校中率先把自己的刊物制作上网。目前已有 1995—1997 年各期目录和部分文章全文、1998—1999 年各期目录和摘要上网,并在网上开辟了学报简介、稿约、学报简讯等栏目。

(2)今年 10 月与中国学术期刊光盘版电子杂志社签订协议,加入中国期刊网,成为“中国人文社会科学引文数据库来源期刊”。今年 10 月作为重点大学学报加入了我国首家与因特网相关联的人文社会科学网——上海浦东华夏社会发展研究院的 CSD 网。今年 9 月开始与中国图书进出口公司电子商务部合作,开展网上订购业务。

(3)去年 11 月与清华大学光盘国家工程研究中心签订合作出版协议,成为《中国学术期刊(光盘版)》的全文收录期刊。

(4)开通了“网上投稿”电子信箱。

网址: <http://www.xmu.edu.cn>

电子信箱: [xdxbs@jingxian.xmu.edu.cn](mailto:xdxbs@jingxian.xmu.edu.cn)

欢迎作者网上投稿,来稿须明确注明专投我刊,不得一稿两投。